

# Efektywność rynków finansowych

Dobromił Serwa

[akson.sgh.waw.pl/~dserwa/ef1.htm](http://akson.sgh.waw.pl/~dserwa/ef1.htm)

# Literatura

- E. Elton, M. Gruber, S. Brown, W. Goetzmann, *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, Wiley 2007.
- J. Campbell, A. Lo, C. MacKinlay, *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press 1997.
- K. Cuthbertson, D. Nitzsche, *Quantitative financial economics: stocks, bonds and foreign exchange*, Wiley 2004

# Literatura

- M. Osińska, *Ekonometria finansowa*, PWE 2006
- O. Starzeński, *Analiza rynków finansowych*, C.H.Beck, 2011
- K. Jajuga i T. Jajuga, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, 2011

# Literatura

- E. Fama (1970) *Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work*, Journal of Finance 25, s. 383-417.
- E. Fama (1991) *Efficient Capital Markets: II*, Journal of Finance 46, s. 1575-1617.

# Definicje

- Hipoteza rynku efektywnego (*efficient market hypothesis, EMH*; Fama 1991):  
*ceny instrumentów finansowych w pełni odzwierciedlają całą dostępną informację*
  - Warunek: *koszty pozyskania informacji i koszty transakcyjne = 0*

# Definicje

- Nieco słabsza forma hipotezy rynku efektywnego (Jensen 1978, Fama 1991):

*ceny odzwierciedlają informację do tego stopnia, że krańcowe korzyści z wykorzystania informacji (uzyskane zyski) nie przekraczają krańcowych kosztów.*

# Dodatkowe założenia

- *Ceny dokładnie odzwierciedlają fundamentalne informacje o instrumencie finansowym*
  - racjonalność rynku finansowego
  - np. brak baniek spekulacyjnych

# Podział testów efektywności

Podział ze względu na 3 różne rodzaje informacji testowanych w EMH:

1. Testy słabej formy (*weak form*) efektywności:
  - *czy cała informacja dostępna w historycznych cenach w pełni uwzględniona w aktualnych cenach instrumentów finansowych*
  - *ogólniej: czy stopy zwrotu „prognozowalne” np. efekt stycznia, efekt poniedziałku*



# Podział testów efektywności

2. Testy pół-silnej formy (*semistrong form*) efektywności:  
*czy cała publicznie dostępna informacja w pełni odzwierciedlona w aktualnych cenach*

- obecnie: testy analizy zdarzeń, badania ogłoszeń spółek

# Podział testów efektywności

3. Testy silnej formy (*strong form*) efektywności:
- *czy cała publiczna i prywatna informacja w pełni odzwierciedlona w aktualnych cenach*
  - W praktyce:
    - *sprawdzanie, jak szybko informacja jest uwzględniana w cenach*
    - *pod jakimi warunkami inwestor może osiągać nadzwyczajne zyski*

# Praktyczne pytania w testach EMH

- Prognozowanie stóp zwrotu:
  - *czy możliwe osiągnięcie nadzwyczajnych zysków na podstawie historycznych informacji*
- Publiczne ogłoszenia informacji o instrumentach:
  - (cena po ogłoszeniu dostosowana natychmiast)*
    - *czy systematycznie powyżej lub poniżej ceny równowagi*

# Praktyczne pytania w testach EMH

- Testy silnej formy efektywności:
  - *czy istnieją inwestorzy (grupy inwestorów, np. zarządzający funduszami inwestycyjnymi) mający nadzwyczajne umiejętności w osiągnięciu ponadprzeciętnych zysków*
  - *czy możliwe osiągnięcie nadzwyczajnych zysków przy użyciu prywatnej informacji*

# Konsekwencje efektywności

- Stopy zwrotu „nie są prognozowalne”
  - algorytmy tradingowe, analiza techniczna bezużyteczne
- Pół-silna efektywność rynku
  - algorytmy wykorzystujące informację publiczną bezużyteczne
- Silna forma efektywności:
  - analiza wartości spółki bezużyteczna

# „Fair game” i słaba forma efektywności

- Odchylenia oczekiwań inwestorów od cen równowagi nie powinny zawierać informacji o przyszłych zwrotach
- Informacja z poprzedniego okresu nie pozwala uzyskać ponadprzeciętnych zysków dziś po uwzględnieniu ryzyka związanego z inwestycją
- Historyczna wiedza nie zawiera żadnych informacji o aktualnych odchyleniach stóp zwrotu od oczekiwanych stóp zwrotu

# „Fair game” i martyngały

- Proces stochastyczny spełniający:

$$E[P_{t+1} | P_t, P_{t-1}, P_{t-2}, \dots] = P_t$$

lub inaczej

$$E[P_{t+1} - P_t | P_t, P_{t-1}, P_{t-2}, \dots] = 0$$

- Wada: nie uwzględnia ryzyka

# Modele stóp zwrotu

(wykorzystywane przy testowaniu słabej formy efektywności)

- Model błędzenia losowego (1):

$$P_t = P_{t-1} + \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$$

lub unikając ujemnych cen:

$$p_t = p_{t-1} + \mu + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim IID N(0, \sigma^2)$$



# Modele stóp zwrotu

- Model błędzenia losowego (2):
  - Usunięcie założenia o stałym rozkładzie składnika losowego
- Model błędzenia losowego (3)
  - Usunięcie założenia o niezależności składnika losowego.
  - Założenie o braku korelacji między składnikami losowymi, ... ale np.

$$Cov(\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-1}^2) \neq 0$$

# Testy słabej formy EMH

- Sezonowe stopy zwrotu
  - wewnątrzdzienne i tygodniowe stopy zwrotu:
    - Ujemne stopy zwrotu w poniedziałki
    - Największy wpływ zmian od zamknięcia w piątek do 45 min. Po otwarciu w poniedziałek
  - efekt stycznia
    - Najsilniejszy efekt dla małych spółek
    - Wytłumaczenie: duży „bid-ask spread”, „tax-selling hypothesis”

# Efekty sezonowe

- Testy na równość średnich w próbach

$$H_0: E(r_1) = E(r_2)$$

$$H_1: E(r_1) \neq E(r_2)$$

$$z = \frac{\bar{r}_1 - \bar{r}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) \left(\frac{n_1 \bar{S}_1^2 + n_2 \bar{S}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right)}}$$

– statystyka ma rozkład  $t(n_1+n_2-2)$

# Efekty sezonowe

- Modele regresji ze zmiennymi sezonowymi

$$r_t = \gamma d_t + \text{model rynkowy}$$

$$H_0 : \gamma = 0$$

- Przykład: model jednoczynnikowy

$$r_t = \gamma d_t + \alpha + \beta \cdot r_t^M + \varepsilon_t$$

# Testy słabej formy EMH

- Prognozowanie krótkookresowych stóp zwrotu:
  - Testy korelacji:  $r_t = a + br_{t-1-T} + e_t$
  - Testy liczby serii: +++---+++-----
  - Wyniki: mała autokorelacja, ale zwykle dodatnia, wyższe koszty transakcyjne kiedy większa korelacja
- „Filter rules” – algorytmy handlu:
  - „kupuj po wzrostach, sprzedawaj po spadkach”
  - kupowanie portfeli z wyższymi stopami wzrostu w przeszłości
  - koszty transakcyjne ograniczają zyski

# Testy słabej formy EMH

- korelacja dla kolejnych transakcji często negatywna
  - Wytłumaczenie: limit orders + bid-ask spread
- silniejsza autokorelacja portfeli akcji
  - wytłumaczenie: różna płynność akcji w portfelach
- autokorelacja długookresowych stóp zwrotu negatywna i bliska 0

# Testy modeli błędzenia losowego

- **Testy modelu (1)**
- **Sekwencje i zmiany trendu** (Cowles, Jones 1937):

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } r_t \equiv p_t = p_{t-1} > 0 \\ 0 & \text{jeśli } r_t \equiv p_t = p_{t-1} \leq 0 \end{cases}$$

$$Y_t = I_t I_{t+1} + (1 - I_t)(1 - I_{t+1})$$

$$N_s = \sum_{t=1}^n Y_t \quad N_r = n - N_s$$

$$CJ = \frac{N_s}{N_r} = 1$$

# Testy modeli błędzenia losowego

- ... po uwzględnieniu „dryfu” cen:

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{z prawdopodobieństwem } \pi \\ 0 & \text{z prawdopodobieństwem } 1-\pi \end{cases}$$

$$\pi \equiv \Pr(r_t > 0) = \Phi\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) \quad CJ = \frac{\pi^2 + (1-\pi)^2}{2\pi(1-\pi)} \geq 1$$

$$Y_t = \begin{cases} 1 & \text{z prawdopodobieństwem } \pi_s = \pi^2 + (1-\pi)^2 \\ 0 & \text{z prawdopodobieństwem } 1 - \pi_s \end{cases}$$

$$CJ \stackrel{a}{\sim} N\left(\frac{\pi_s}{1-\pi_s}, \frac{\pi_s(1-\pi_s) + 2(\pi^3 + (1-\pi)^3 - \pi_s^2)}{n(1-\pi_s)^4}\right)$$



# Testy modelu błędzenia losowego

- Testy serii (Mood 1940): ...1000011110000...

$$x_i \equiv \frac{N_{serie}(i) - n\pi_i(1 - \pi_i) - \pi_i^2}{\sqrt{n}} \stackrel{a}{\sim} N\left(0, \pi_i(1 - \pi_i) - 3\pi_i^2(1 - \pi_i)^2\right)$$

- Prostsza wersja: test Walda-Wolfowitza  
– kiedy  $r_t \sim N(0, \sigma^2)$

Niech  $K$  oznacza liczbę serii

$$E(K) = \frac{2n_1n_2}{n_1 + n_2} + 1$$

Asymptotycznie:  
 $K$  ma rozkład normalny

$$Var(K) = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2 + (n_1 + n_2 - 1)}$$

$n_1$  – liczbę dodatnich     $n_2$  – liczbę ujemnych stóp zwrotu

# Testy modeli błędzenia losowego

- **Testy modelu (2)**
- „filter rules” (algorytmy handlu)
  - filtr  $k\%$  - kupuj, gdy cena wzrośnie  $k\%$  i sprzedaj kiedy spadnie  $k\%$
  - uwzględnij koszty transakcyjne
  - porównaj całkowity zwrot z tej strategii ze zwrotem ze strategii „kupuj i trzymaj”

# Testy modeli błędzenia losowego

- **Testy modelu (3)**
- Współczynniki korelacji

$$\rho(k) = \text{Corr}(r_t, r_{t+k}) = \frac{\text{Cov}(r_t, r_{t+k})}{\text{Var}(r_t)}$$

$$\hat{\rho}(k) = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T-k} (r_t - \bar{r}_T)(r_{t+k} - \bar{r}_T)}{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r}_T)^2}$$

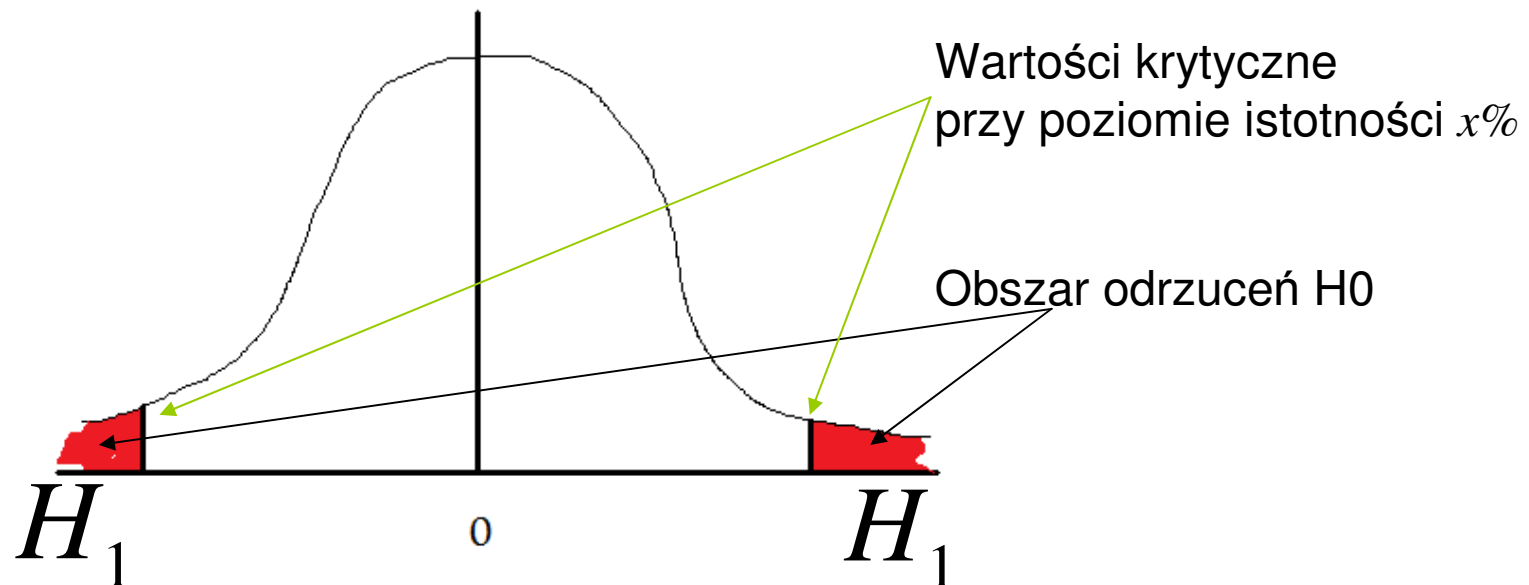
$$\sqrt{T} \hat{\rho}(k) \stackrel{a}{\sim} N(0,1)$$

# Testowanie statystyczne

- Reguła decyzyjna:

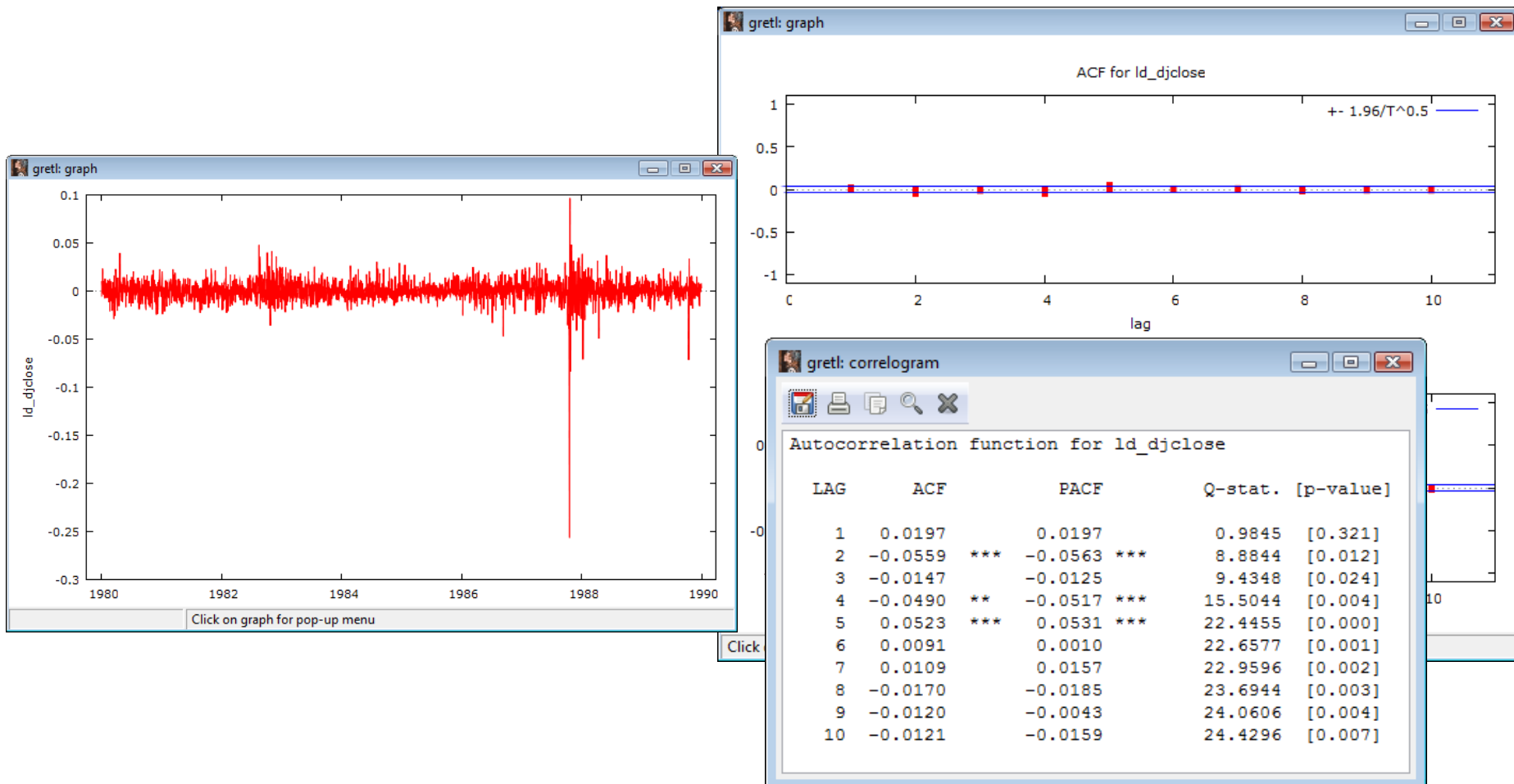
jeśli  $|\sqrt{T} \hat{p}(k)| > t_{x\%}^*$  to odrzucamy  $H_0$  na rzecz  $H_1$

jeśli  $|\sqrt{T} \hat{p}(k)| \leq t_{x\%}^*$  to nie ma podstaw do odrzucenia  $H_0$  na rzecz  $H_1$



# Autokorelacja stóp zwrotu

- Przykład: stopy zwrotu indeksu Dow Jones



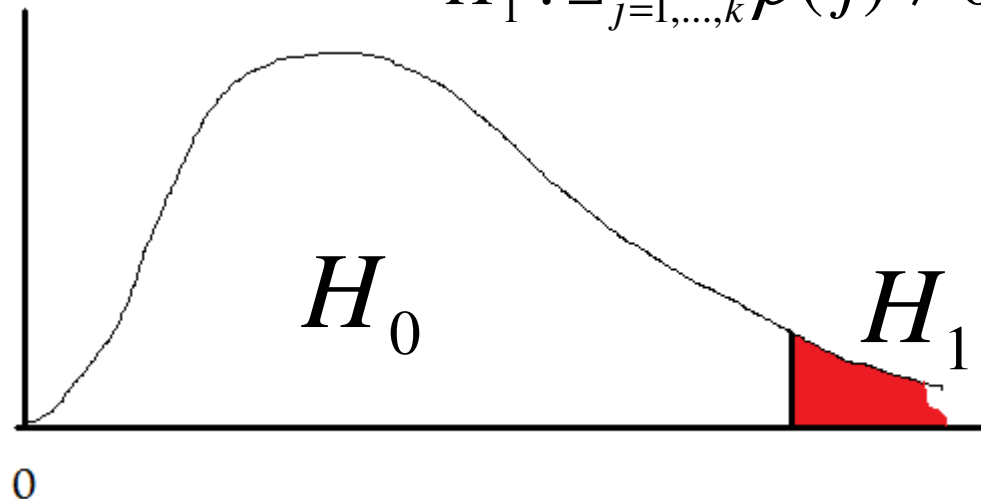
# Testy modeli błędzenia losowego

- Testy dla wielu wsp. korelacji na raz (Box, Pierce 1970)

$$Q_m = T \sum_{k=1}^m \hat{\rho}^2(k) \stackrel{a}{\sim} \chi^2(m)$$

$$H_0 : \rho(1) = \rho(2) = \dots = \rho(k) = 0$$

$$H_1 : \exists_{j=1, \dots, k} \rho(j) \neq 0$$



# Testy modeli błędzenia losowego

- Ilorazy wariancji

$$r_t(k) = r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-k+1}$$

$$VR(2) \equiv \frac{Var[r_t(2)]}{2 \cdot Var[r_t]} = \frac{2 \cdot Var[r_t] + 2 \cdot Cov[r_t, r_{t-1}]}{2 \cdot Var[r_t]} = 1 + \rho(1)$$

$$VR(q) \equiv \frac{Var[r_t(q)]}{q \cdot Var[r_t]} = 1 + 2 \sum_{k=1}^{q-1} \left(1 - \frac{k}{q}\right) \rho(k)$$

czyli  $VR(q) = 1$  , gdy wszystkie korelacje = 0

# Testy modeli błędzenia losowego

- Testy ilorazu i różnicy wariancji  
– dla **2n+1** obserwacji mamy zdefiniowane:

$$\hat{\mu} \equiv \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} (p_k - p_{k-1}) = \frac{1}{2n} (p_{2n} - p_0)$$

$$\hat{\sigma}_a^2 \equiv \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^{2n} (p_k - p_{k-1} - \hat{\mu})^2$$

$$\hat{\sigma}_b^2 \equiv \frac{1}{2n} \sum_{k=1}^n (p_{2k} - p_{2k-2} - 2\hat{\mu})^2$$

$$V\hat{R}(2) \equiv \frac{\hat{\sigma}_b^2}{\hat{\sigma}_a^2}$$

$$V\hat{D}(2) \equiv \hat{\sigma}_b^2 - \hat{\sigma}_a^2$$



# Testy modeli błędzenia losowego

- c.d.

(H0:  $VR-1=0$ ,  $VD=0$ )

$$\sqrt{2n} (V\hat{R}(2) - 1) \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

czyli inaczej:  $\sqrt{T} \hat{\rho} \overset{a}{\sim} N(0,1)$

Można także zbudować statystykę testową dla VD:

$$\frac{\sqrt{2n} V\hat{D}(2)}{\hat{\sigma}^2} \overset{a}{\sim} N(0,1)$$

# Testy modeli błędzenia losowego

- Uogólnienie dla zwrotów wielookresowych  
– dla  $qn+1$  obserwacji

$$\bar{\sigma}_a^2 \equiv \frac{1}{qn-1} \sum_{k=1}^{qn} (p_k - p_{k-1} - \hat{\mu})^2 \quad \bar{\sigma}_c^2 \equiv \frac{1}{m} \sum_{k=q}^{nq} (p_k - p_{k-q} - q\hat{\mu})^2$$

$$\hat{\mu} \equiv \frac{1}{qn} \sum_{k=1}^{qn} (p_k - p_{k-1}) = \frac{1}{qn} (p_{qn} - p_0)$$

$$m \equiv q(nq - q + 1) \left( 1 - \frac{q}{nq} \right)$$

# Testy modeli błędzenia losowego

- c.d. testy ( $H_0: VR-1=0, VD=0$ )

$$\overline{VD}(q) \stackrel{a}{\sim} N\left(0, \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q} \sigma^4\right)$$

$$\sqrt{nq}(\overline{VR}(q) - 1) \stackrel{a}{\sim} N\left(0, \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q}\right)$$

$$\frac{\sqrt{nq}(\overline{VR}(q) - 1)}{\sqrt{\frac{2(2q-1)(q-1)}{3q}}} = \frac{\sqrt{nq}\overline{VD}(q)}{\sqrt{\sigma_a^4 \frac{2(2q-1)(q-1)}{3q}}} \stackrel{a}{\sim} N(0,1)$$

# Testy modeli błędzenia losowego

- Testy dla długookresowych stóp zwrotu (duże  $q$ )

$$\left(\overline{VR}(q) - 1\right)^a \sim N\left(0, \frac{4}{3n} \frac{q^2 - \frac{3}{2}q - \frac{1}{2}}{q^2}\right)$$

- Problem: słaba moc testu
- Inne rozwiązanie: *Hurst-Mandelbrot rescaled range statistic*

# Testy słabej formy EMH

- Prognozowanie na podstawie charakterystyki firm
  - „**size effect**” – wyższe stopy zwrotu dla małych spółek (ale zdarzają się okresy odwrotne)
    - Kombinacja z efektem stycznia
    - Wyłumaczenia: *źle liczone nadzwyczajne stopy zwrotu, małe spółki bardziej ryzykowne, premia za brak płynności, duże koszty transakcyjne*
  - „**market to book**” – wyższe stopy zwrotu dla spółek z wyższą wartością księgową w relacji do rynkowej

# Testy słabej formy EMH

- „**earnings/price**” – po uwzględnieniu „**market/book**” nieistotnie wyższe zyski
- zmienne prognozujące długookresowe stopy zwrotu:
  - dywidendy/indeks rynkowy, dochody z indeksu/wartość indeksu, aktualny indeks/historyczna średnia z indeksu
  - premia terminowa, premia za ryzyko
  - wyniki: zmienne wyjaśniają dużą część zmienności stóp zwrotu

# Autokorelacja stóp zwrotu i różne typy inwestorów

- Oczekiwane stopy zwrotu zależą od historycznych stóp zwrotu:
  - Feedback trading

$$E_{t-1}(R_t) - R_t^f = \mu(\sigma_t^2) - [\gamma \cdot \mu(\sigma_t^2)] \cdot R_{t-1}$$

- Liquidity trading ( $\lambda > 0$ )
- Private information trading ( $\lambda < 0$ )

$$E_{t-1}(R_t) - R_t^f = \mu(\sigma_t^2) - [\gamma \cdot \mu(\sigma_t^2) + \lambda \cdot \mu(\sigma_t^2) \cdot V_{t-1}] \cdot R_{t-1}$$

# Testowanie pół-silnej formy EMH

- Publiczne ogłoszenia informacji o spółkach, rynku itp.
  - Metoda testowania: analiza zdarzeń
  - Czy inwestor osiągnie szybkie nadzwyczajne zyski w momencie ogłoszenia informacji
  - Czy inwestor osiągnie długookresowe zyski kupując po ogłoszeniu i trzymając portfel



# Testowanie pół-silnej formy EMH

- Przykłady zdarzeń/ogłoszeń:
  - Połączenia, przejęcia spółek
  - Podział akcji
  - Publikacje rekomendacji
  - Ogłoszenia wysokości dywidend
- Wyniki:
  - połączenia i przejęcia spółek generują krótkookresowe nadzwyczajne stopy zwrotu głównie w momencie ogłoszenia – **brak zysków**

# Testowanie pół-silnej formy EMH

- Wyniki:
  - Publikacje rekomendacji mają wpływ na stopy zwrotu
  - Ogłoszenia dywidend (nieoczekiwane, dobre i złe informacje)
    - często razem z ogłoszeniem podziału akcji
    - **rynki szybko reagują na informacje**

# Testowanie pół-silnej formy EMH

- Testowanie okresu po zdarzeniu/  
ogłoszeniu
  - Firmy kupujące inne – wyższe długookresowe stopy zwrotu
  - Niższe stopy zwrotu po IPO (debiucie na giełdzie)

# Testowanie silnej formy EMH

- „Insider trading”
  - Wykorzystywanie informacji prywatnej przez „insiderów” – nielegalne, wymóg informowania giełdy
  - Wykorzystanie rekomendacji przed ich publikacją (np. Value Line - dorca inwestycyjny)
  - Problemy: „selection bias”, „survivorship bias”
  - Wyniki: analitycy posiadają małe zdolności prognostyczne, prognozy przydatne tylko w krótkim horyzoncie

# Testowanie silnej formy EMH

- Wyniki c.d.:
  - nie da się zidentyfikować najlepszych analityków – wyniki bez korelacji w czasie,
  - menedżerowie funduszy powierniczych przegrywają z rynkiem, po uwzględnieniu kosztów

# Racjonalność rynków

- Czy ceny dokładnie odzwierciedlają oczekiwania inwestorów o przyszłych przepływach finansowych:
  - Nieistotna różnica między aktualną ceną i ceną równowagi
  - Brak reakcji na „nieekonomiczne” zdarzenia (np. podział akcji), brak efektów sezonowych, efektów charakterystyki spółek na stopy zwrotu

# Racjonalność rynków

- Testy zmienności:
  - Założenia: ceny odzwierciedlają oczekiwania dywidend, realna oczekiwana stopa zwrotu stała w czasie, dywidendy generowane przez proces stacjonarny ze stałą stopą wzrostu
  - Wyniki: zbyt duża zmienność
- Przegrani/wygrani: Przegrani mają lepsze rezultaty
  - „Tax-selling effect”, „relative strength”, „size effect”

# Racjonalność rynków

- Kryzysy giełdowe: czy inwestorzy racjonalni?
  - Paniki, mechanizmy handlu, stosowanie algorytmów – odpowiedzialne za kryzys raczej niż napływ ważnych informacji...